Miejsce
na naklejkę
z kodem szkoły

dysleksja

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

Arkusz próbny POZIOM PODSTAWOWY

Zestaw P–4

Czas pracy 170 minut

Instrukcja dla piszącego

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 16 stron.
2. W zadaniach od 1. do 20. są podane 4 odpowiedzi: A, B, C, D, z których tylko jedna jest prawdziwa. Wybierz tylko **jedną** odpowiedź i zaznacz ją na karcie odpowiedzi.
3. Zaznaczając odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego, zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
4. Rozwiązania zadań od 21. do 29. zapisz starannie i czytelnie w wyznaczonych miejscach. Przedstaw swój tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora. Błędne zapisy przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
8. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
10. Wypełnij tę część karty odpowiedzi, którą koduje zdający. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**

Wypełnia zdający przed rozpoczęciem pracy

PESEL ZDAJĄCEGO

KOD ZDAJĄCEGO

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 20. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (1 pkt)

O ile cm^2 zwiększy się pole prostokąta o wymiarach a cm i b cm, jeżeli bok długości a cm zwiększymy 2 razy, a bok długości b cm zwiększymy o 20%?

A. 2,4 B. 2,4ab C. 1,4ab D. 1,4

Zadanie 2. (1 pkt)

Wartość wyrażenia $(2\sqrt{75}-\sqrt{48}-3\sqrt{27})^2$ jest równa:

A. 279 B. 21 C. 591 D. 27.

Zadanie 3. (1 pkt)

Iloczyn liczb $5^{10}\cdot 5^{10}\cdot 5^{10}\cdot 5^{10}\cdot 5^{10}$ można przedstawić w postaci:

A. 5^{100000} B. 5^{50} C. 5^{11} D. 25^{10}.

Zadanie 4. (1 pkt)

Liczba $\frac{1}{2}\log 4+\frac{2}{3}\log 8$ jest równa:

A. $\log 8$ B. $\log 32$ C. $\log\frac{1}{2}$ D. $\log 2$.

Zadanie 5. (1 pkt)

Współrzędne wierzchołka paraboli będącej wykresem funkcji $f(x)=-2(x-2)(x+4)$ są równe:

A. $(-8, 80)$ B. $(1, 10)$ C. $(3, 14)$ D. $(-1, 18)$.

Zadanie 6. (1 pkt)

Kąty α i β są kątami przyległymi. Kąt wyznaczony przez dwusieczne kątów α oraz β ma miarę:

A. 90° B. 45° C. 60° D. różną, w zależności od miar kątów α oraz β.

Zadanie 7. (1 pkt)

W trójkącie prostokątnym spodek wysokości poprowadzonej na przeciwprostokątną podzielił ją na odcinki długości 6,25 cm oraz 16 cm. Zatem wysokość ta ma długość:

A. 15 cm B. 20 cm C. 22,25 cm D. 10 cm.

Zadanie 8. (1 pkt)

Suma wszystkich współczynników wielomianu $W(x) = (2x^{23} - 3x^{15})^{2010}$ (po uporządkowaniu) wynosi:

A. 0 B. −1 C. 1 D. $2^{2033} - 3^{2025}$.

Zadanie 9. (1 pkt)

Ile punktów wspólnych ma prosta k: $x + y + 1 = 0$ z okręgiem o_1: $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$?

A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

Zadanie 10. (1 pkt)

Obwód trójkąta ABC wynosi 24 cm. Połączono środki boków tego trójkąta i otrzymano trójkąt $A_1B_1C_1$, którego obwód jest równy:

A. 6 cm B. 8 cm C. 12 cm D. 18 cm.

Zadanie 11. (1 pkt)

Zbiorem wartości funkcji f jest przedział $\langle -4, 7\rangle$. Zatem zbiorem wartości funkcji $g(x) = f(x) - 3$ jest przedział:

A. $\langle -7, 4\rangle$ B. $\langle -1, 10\rangle$ C. $\langle -3, +\infty)$ D. $(-\infty, -3\rangle$.

Zadanie 12. (1 pkt)

Liczba punktów wspólnych wykresu funkcji wymiernej $f(x) = \dfrac{x^2-1}{x}$ z osią OY jest równa:

A. 3 B. 2 C. 1 D. 0.

Zadanie 13. (1 pkt)

Funkcja f opisana jest wzorem $f(x) = \begin{cases} -(x-1)(x+3) & \text{dla } x \le -1 \\ x^2+3 & \text{dla } x > -1 \end{cases}$. Ile miejsc zerowych ma funkcja f?

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Zadanie 14. (1 pkt)

Kąt α jest ostry i $\operatorname{tg} \alpha = 3$. Wobec tego:

A. $\sin\alpha = 3$ i $\cos\alpha = 1$ B. $\cos\alpha = \frac{1}{3}$ C. $\cos\alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$ D. $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Zadanie 15. (1 pkt)

Wyrażenie $\frac{\sin\alpha + \operatorname{tg}\alpha}{\sin\alpha}$, gdzie α jest kątem ostrym, jest równe:

A. $1 + \operatorname{tg}\alpha$ B. $1 + \frac{1}{\cos\alpha}$ C. $1 + \frac{1}{\sin\alpha}$ D. $\operatorname{tg}\alpha$.

Zadanie 16. (1 pkt)

Wzór ogólny ciągu (a_n) ma postać $a_n = (-1)^n$, dla $n \in N_+$. Zatem ciąg ten jest:

A. arytmetyczny B. geometryczny C . malejący D. rosnący.

Zadanie 17. (1 pkt)

Objętość walca wynosi 81π cm^3. Wysokość walca jest 3 razy większa od promienia podstawy. Zatem pole powierzchni podstawy tego walca jest równe:

A. 3π cm^2 B. 6π cm^2 C. 9π cm^2 D. 12π cm^2.

Zadanie 18. (1 pkt)

Kąt nachylenia ściany bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego do płaszczyzny podstawy ma miarę 45°. Krawędź podstawy ma długość 6 cm. Długość wysokości tego ostrosłupa jest równa:

A. 6 cm B. 3 cm C. $3\sqrt{2}$ cm D. $6\sqrt{2}$ cm.

Zadanie 19. (1 pkt)

Prawdopodobieństwo zdarzenia, że w rzucie dwiema symetrycznymi kostkami do gry otrzymamy iloczyn oczek równy 6, wynosi:

A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{9}$ C. $\frac{1}{12}$ D. $\frac{1}{18}$.

Zadanie 20. (1 pkt)

Do fotografii rodzinnej ustawiają się rodzice, a przed nimi czwórka dzieci. Wszystkich możliwych ustawień jest:

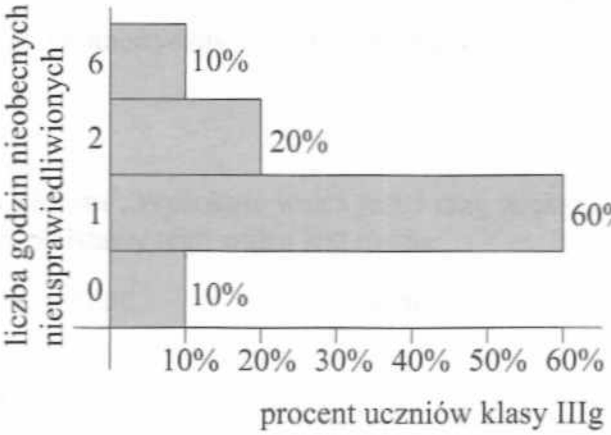
A. 6 B. 24 C. 26 D. 48.

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań o numerach od 21. do 29. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 21. (2 pkt)

W październiku w pewnym liceum wychowawca klasy IIIg obliczył, ile godzin nieobecnych nieusprawiedliwionych mieli uczniowie tej klasy we wrześniu. Wyniki przedstawił w następującym diagramie słupkowym:

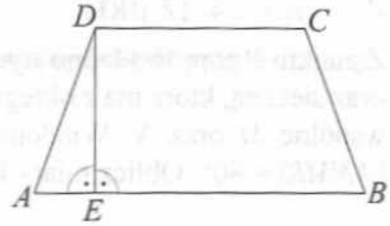


a) Jaka była średnia liczba godzin nieobecnych nieusprawiedliwionych przypadająca na jednego ucznia tej klasy?

b) Ilu uczniów liczy klasa IIIg, jeśli 21 uczniów miało mniejszą liczbę godzin nieobecnych nieusprawiedliwionych niż wynosi średnia przypadająca na jednego ucznia?

Zadanie 22. (2 pkt)

W trapezie równoramiennym $ABCD$ wysokość DE ma długość 6 cm. Punkt E dzieli podstawę AB na dwa odcinki. Wiedząc, że $|EB| = 8$ cm, oblicz pole trapezu $ABCD$.

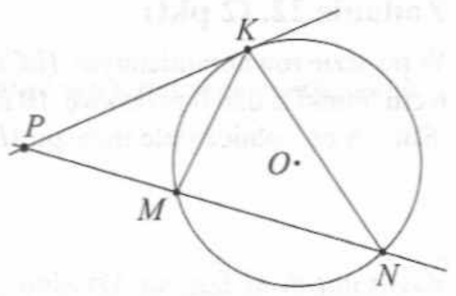


Zadanie 23. (2 pkt)

Wyznacz niewiadomą y z równania $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 1$, gdzie $x \neq 0, x \neq 1, y \neq 0$.

Zadanie 24. (2 pkt)

Z punktu P poprowadzono styczną do okręgu w punkcie K oraz sieczną, która ma z okręgiem o środku O dwa punkty wspólne M oraz N. Wiadomo, że $|\sphericalangle MKP| = 40^\circ$ oraz $|\sphericalangle NMK| = 80^\circ$. Oblicz miary kątów trójkąta PNK.



Zadanie 25. (2 pkt)

Wykaż, że jeśli a, b, c są długościami boków trójkąta ostrokątnego takimi, że $a < b < c$ oraz α, β, γ są miarami kątów tego trójkąta leżącymi odpowiednio na przeciwko boków a, b, c, to $\operatorname{tg}\alpha < \operatorname{tg}\beta < \operatorname{tg}\gamma$.

Zadanie 26. (4 pkt)

Pierwszy wyraz nieskończonego ciągu geometrycznego (a_n) jest równy (-1). Wyraz drugi, trzeci i czwarty spełniają warunek: $a_3 - 2a_4 = 8a_2 + 4$.

a) Oblicz iloraz ciągu (a_n).

b) Określ, czy ciąg (a_n) jest rosnący, czy malejący.

Zadanie 27. (4 pkt)

Powierzchnia boczna stożka jest wycinkiem kołowym, którego kąt środkowy ma miarę 150°. Wiedząc, że tworząca stożka ma długość 24 cm, oblicz pole powierzchni bocznej i objętość tego stożka.

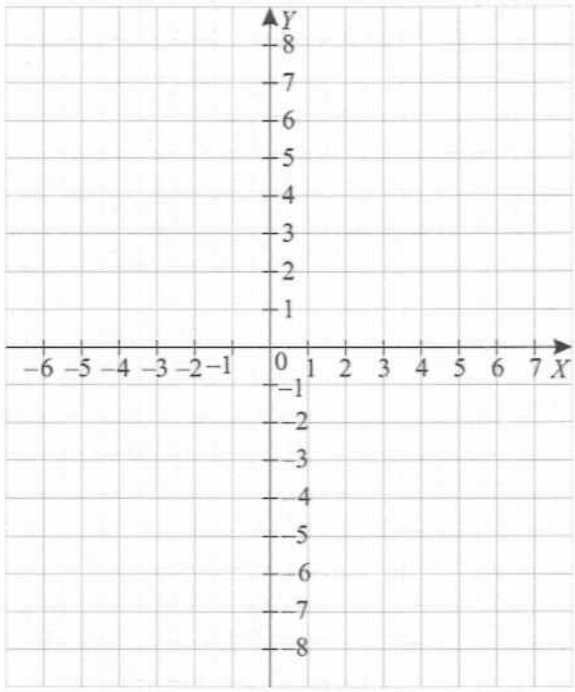
Zadanie 28. (6 pkt)

Dana jest rodzina funkcji kwadratowych zmiennej rzeczywistej x, opisana wzorem $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + ax - 6$, gdzie a jest liczbą rzeczywistą.

a) Dla $a = 1$ wyznacz zbiór tych argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości większe niż funkcja liniowa $g(x) = x - 8$.

b) Wyznacz liczbę a, dla której zbiorem wartości funkcji f jest przedział $(-\infty, 0\rangle$.

c) Dla $a = 4$ napisz wzór funkcji f w postaci kanonicznej i narysuj jej wykres.



Zadanie 29. (6 pkt)

W trójkąt prostokątny ABC wpisano okrąg. Punkty M, N, P są punktami styczności okręgu odpowiednio z bokami AC, BC oraz AB. Przeciwprostokątna AB ma długość 20 cm, a długości przyprostokątnych pozostają w stosunku $|AC| : |BC| = 3 : 4$. Oblicz obwód trójkąta PBC.